1.1 PROPOSICIONES

PROPOSICIÓN: Una proposición es una unidad semántica que, o sólo es verdadera o sólo es falsa.

Por esta razón, las oraciones que no son falsas ni verdaderas, las que son falsas y verdaderas al mismo tiempo, o las que carecen de sentido (o presentan algún tipo de imprecisión) no son consideradas proposiciones.

Se simbolizan con las primeras letras del alfabeto español, en minúscula.

VALOR DE VERDAD: Es la cualidad de veracidad que describe apropiadamente a una proposición; esta puede ser verdadera o falsa.

TABLA DE VERDAD: Es una representación de los posibles valores de verdad que podría tomar una proposición.

1.1.1 Ejercicios Resueltos

1. Indique si cada enunciado es o no una proposición
   a) 7415 es un número par.
   b) ¿Qué hora es?
   c) Los números divisibles para 8 son divisibles para 2.
   d) ¡Pare por favor!
   e) El atardecer en la playa es romántico.
   f) La edad de Gloria es 17 años.
   g) Guayaquil es la capital económica del Ecuador.
   h) Galápagos es considerado Patrimonio Cultural de la Humanidad.
   i) Mi familia y yo viajaremos a la Sierra en fin de año.

SOLUCIÓN

Este literal ***si es una proposición*** puesto que el numero 7415 no es un numero par por lo tanto tiene como valor de verdad el ser FALSA.

a) Este literal ***no es una proposición*** puesto que a una oración interrogativa no se le puede determinar un valor de verdad.

b) Este literal ***si es una proposición*** puesto que el enunciado es VERDADERO.

c) Este literal ***no es una proposición*** puesto que a una oración admirativa no se le puede determinar su valor de verdad.

d) Este literal ***no es una proposición*** puesto que es un enunciado ambiguo, por lo cual no se puede determinar su valor de verdad.

e) Este literal ***si es una proposición*** puesto que el enunciado es tiene un solo valor de verdad, o es verdadero o es falso para Gloria.

f) Este literal ***si es una proposición*** puesto que el enunciado es VERDADERO.

g) Este literal ***si es una proposición*** puesto que el enunciado es VERDADERO.

h) Este literal ***si es una proposición*** puesto que el enunciado es impreciso.

2. Indique cual de los siguientes enunciados **NO** es una proposición
   a) Hubo escasez de lluvias.
   b) Mi correo electrónico es turista@espol.edu.ec
   c) 5(3+4)=36.
   d) 3 es un numero par
   e) Turismo.

SOLUCIÓN

De las cinco opciones, el enunciado que no es proposición es el literal e), puesto que el enunciado carece de sentido como oración, por lo tanto no se puede determinar su valor de verdad.

Los literales c) y d) son falsos, y por lo tanto, ambas son proposiciones, pues poseen un valor de verdad definido.

Los literales a) y b) son oraciones afirmativas que solo pueden poseer un solo valor de verdad, no son frases ambiguas, por lo cual si son proposiciones.

RESPUESTA: e).

3. Seleccione el enunciado que **NO** es proposición
   a) El Ecuador tiene 24 provincias.
   b) Las Islas Galápagos pertenecen a Perú.
   c) La Habana es la capital de Cuba.
   d) ¡Viva el Turismo!
   e) La montaña más alta del Ecuador es Chimborazo.

SOLUCIÓN

Los literales a), c) y e) son oraciones verdaderas por lo que, ***si son proposiciones.***

El literal b) es una oración falsa, por lo que ***si es una proposición.***

El literal d) es una oración exclamativa, por lo que ***no es una proposición.***

RESPUESTA: d).

4. Dados los siguientes enunciados:
   I: Disminuya la velocidad.
   II: 10-8=1.
   III: Mi banca es gris.
   IV: Hola, ¿Cómo estás?

   Es verdad que:
   a) I y II son proposiciones.
   b) I y III son proposiciones.
   c) I y IV son proposiciones.
   d) II y III son proposiciones.
   e) Todas son proposiciones

SOLUCIÓN

El enunciado I es una oración que indica una orden y la II es una oración interrogativa, por lo cual ambas ***no son proposiciones.***

El enunciado II es falso por lo cual ***es una proposición***, mientras el enunciado III es una oración afirmativa por lo cual ***si es una proposición.***

RESPUESTA: d).

5. Determine si los siguientes enunciados son proposiciones
   a) El sabor del color azul es dulce.
   b) 314159 es un número par.
   c) 4 es divisible para 2.
   d) Disparen al ladrón.
   e) $x^2 + 2x + 1 = 0$.
   f) 45+18.
   g) El amanecer es bello.

SOLUCIÓN

El literal a) es una oración ambigua, por lo tanto ***no es proposición***.

El literal b) es una oración que es falsa, por lo tanto ***es una proposición***.

El literal c) es una oración verdadera, por lo tanto ***es una proposición***.

El literal d) es una oración que indica una orden, la cual no tiene un valor de verdad, por lo tanto ***no es una proposición***.

El literal e) es una oración en la cual no se precisa el valor de x, por lo cual no se precisa el valor de verdad, por lo tanto ***no es una proposición***.

El literal f) es un enunciado incompleto, por lo cual ***no es una proposición***.

El literal g) es un enunciado impreciso, por lo cual ***no es una proposición***.

POR LO TANTO, los literales b) y c) son proposiciones.

1.2 OPERADORES LÓGICOS

OPERADOR LÓGICO: Son usados para poder formar proposiciones mas complejas.
NEGACIÓN (¬a): Este operador permite cambiar el valor de verdad de las proposiciones. Su tabla de verdad es la siguiente:

a	¬a
1	0
0	1

Los términos gramaticales más usados son: "NO", "NO ES VERDAD", "NO ES CIERTO QUE", "NI".

CONJUNCIÓN ($a \wedge b$): Este operador solo es VERDADERO cuando las dos proposiciones son VERDADERAS, en otro caso, es FALSA. Su tabla de verdad es la siguiente:

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Los términos gramaticales mas usados son: "Y", "PERO", "MAS" (sin tilde), SIN EMBARGO y los signos de puntuación: coma, punto y coma, y punto.

DISYUNCIÓN ($a \vee b$): Este operador solo es FALSO cuando las dos proposiciones son FALSAS, en otro caso, es VERDADERA. Su tabla de verdad es la siguiente:

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Los términos gramaticales mas usados son: "O".

DISYUNCIÓN EXCLUSIVA ($a \veebar b$): Este operador solo es FALSO cuando las dos proposiciones son FALSAS, en otro caso, es VERDADERA. Su tabla de verdad es la siguiente:

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Los términos gramaticales mas usados son: "O…, O".

CONDICIONAL ($a \rightarrow b$): Este operador solo es FALSO cuando la primera proposición es verdadera, y la segunda es falsa, en otro caso, es VERDADERA. Su tabla de verdad es la siguiente:

a	b	$a \rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Los términos gramaticales más usados son:

"Si a, b"
"Si a, entonces b"
"a solo si b"
"a solamente si b"
"a implica b"
"los a son b"
"cuando a, b"
"b, si a"
"b con la condición de a"
"b cuando a"
"b siempre que a"
"b cada vez que a"
"b ya que a"
"b debido a que a"
"b puesto que a"
"b porque a"
"se tiene b, si se tiene a"
"solo si b, a"
"b, pues a".

$$a \rightarrow b$$

ANTECEDENTE HIPÓTESIS PREMISA **CONDICIÓN SUFICIENTE**	CONSECUENTE CONCLUSIÓN TESIS **CONDICIÓN NECESARIA**

RECUERDE: La condición suficiente es la proposición que se cumpla primero, y luego de cumplirse esta se da la condición necesaria.

PROPOSICIÓN: $a \rightarrow b$
RECÍPROCA: $b \rightarrow a$
INVERSA: $\neg a \rightarrow \neg b$
CONTRARRECÍPROCA: $\neg b \rightarrow \neg a$

$$(a \rightarrow b) \equiv (\neg b \rightarrow \neg a)$$

La proposición condicional tiene equivalencia lógica con su contrarrecíproca.

BICONDICIONAL ($a \leftrightarrow b$): Este operador es VERDADERO cuando las dos proposiciones son VERDADERAS, y es FALSA cuando las dos proposiciones son FALSAS. Su tabla de verdad es la siguiente:

A	b	$a \leftrightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Los términos gramaticales más usados son: "a si y solo si b", "a si y solamente si b", "a implica b y b implica a", "a cuando y solo cuando b".

1.2.1 Ejercicios Resueltos

1. Dadas las siguientes proposiciones

a: Elizabeth cumple con sus obligaciones.
b: Elizabeth aprueba el examen.
c: Elizabeth se va de vacaciones.
d: Elizabeth trabaja.
e: Elizabeth no come

Traducir literalmente las siguientes proposiciones:

I) $a \rightarrow \neg[b \rightarrow (\neg c \vee d)]$

II) $[b \wedge \neg(d \leftrightarrow \neg a)] \vee [(c \vee d) \rightarrow (d \wedge e)]$

SOLUCIÓN

I) $a \rightarrow \neg[b \rightarrow (\neg c \vee d)]$

Realizamos paso a paso la traducción, vamos a ir desde el operador más interno, hasta el más externo de proposición

Para esto, comenzamos con la proposición que está entre paréntesis:

$(\neg c \vee d)$: *Elizabeth no se va de vacaciones o trabaja.*

Continúo con el siguiente operador que le sigue, en este caso:

$[b \rightarrow (\neg c \vee d)]$: *Si Elizabeth aprueba el examen, entonces no se va de vacaciones o trabaja.*

Luego el siguiente operador:

$\neg[b \rightarrow (\neg c \vee d)]$: *No es verdad que, Si Elizabeth aprueba el examen, entonces no se va de vacaciones o trabaja.*

Y por último, el operador más externo:

$a \rightarrow \neg[b \rightarrow (\neg c \vee d)]$: *Si Elizabeth cumple con sus obligaciones, no es verdad que, aprueba el examen, entonces no se va de vacaciones o trabaja.*

Por lo tanto, la traducción literal de la proposición compuesta es:

Si Elizabeth cumple con sus obligaciones, no es verdad que, aprueba el examen, entonces no se va de vacaciones o trabaja.

II) $[b \wedge \neg(d \leftrightarrow \neg a)] \vee [(c \vee d) \rightarrow (d \wedge e)]$

Iniciamos la traducción con las proposiciones que se encuentran entre paréntesis:

$(d \leftrightarrow \neg a)$: *Elizabeth trabaja si y solo si no cumple con sus obligaciones.*
$(c \vee d)$: *Elizabeth se va de vacaciones y trabaja.*
$(d \wedge e)$: *Elizabeth trabaja y no come.*

Continuamos la traducción realizando la negación de una de las proposiciones anteriores:

$\neg(d \leftrightarrow \neg a)$: *No es cierto que, Elizabeth trabaja si y solo si no cumple con sus obligaciones.*

Luego, seguimos la traducción con las proposiciones que están entre corchetes:

$[b \wedge \neg(d \leftrightarrow \neg a)]$: Elizabeth aprueba el examen; pero, *no es cierto que, trabaja si y solo si no cumple con sus obligaciones.*
$[(c \vee d) \rightarrow (d \wedge e)]$: Si *Elizabeth se va de vacaciones*, entonces, *trabaja y no come*.

Como último paso realizamos la operación disyunción, que es el operador más externo

$$[b \wedge \neg(d \leftrightarrow \neg a)] \vee [(c \vee d) \rightarrow (d \wedge e)]$$

Elizabeth aprueba el examen; pero, no es cierto que, trabaja si y solo si no cumple con sus obligaciones.; o, si Elizabeth se va de vacaciones, entonces, trabaja y no come.

2. La traducción al lenguaje formal de la proposición ***"Si tú eres inteligente y no actúas con prudencia, eres un ignorante en la materia"*** siendo las proposiciones:

   a: Tú eres inteligente.
   b: Tú actúas con prudencia.

c: Tú eres un ignorante en la materia.

es:

a) $(a \wedge \neg b) \rightarrow c$
b) $a \vee (b \vee c)$
c) $c \rightarrow (a \wedge \neg b)$
d) $(a \wedge \neg c) \rightarrow b$
e) $a \rightarrow \neg(b \wedge \neg c)$

SOLUCIÓN

Analizamos la proposición para encontrar las proposiciones atómicas y los operadores lógicos:

Si tú eres inteligente ***y no*** actúas con prudencia***,*** eres un ignorante en la materia.

Proposición "a" Proposición "b" Proposición "c"

Esto da lugar a la siguiente traducción:

Si **"a"** y no **"b"**, **"c"**

Lo cual nos lleva a usar las traducciones gramaticales vistas en la teoría de operadores:

No "b": $\neg b$

"a" y no "b": $a \wedge \neg b$
Si "a" y no "b", "c": $(a \wedge \neg b) \rightarrow c$
Por lo tanto la respuesta es el literal a)

3. Escriba en lenguaje común y formal la reciproca, la inversa y la contrarrecíproca de la proposición "Los aranceles se aprueban puesto que los artesanos ecuatorianos ofrecen productos de calidad".

Primero encontraremos las proposiciones de este enunciado:
a: Los aranceles se aprueban.
b: Los artesanos ecuatorianos ofrecen productos de calidad.
La frase "puesto que" indica que la proposición "b" es la condición suficiente del condicional. Por lo tanto, la traducción es:

$$b \rightarrow a$$

La reciproca es: $a \rightarrow b$ y la traducción al lenguaje común es:
"Si los aranceles se aprueban, entonces los artesanos ofrecen productos de calidad".

La inversa es: $\neg b \rightarrow \neg a$ y la traducción al lenguaje común es:
"Si los artesanos no ofrecen productos de calidad, entonces los aranceles no se aprueban".

La contrarrecíproca es: $\neg a \rightarrow \neg b$ y la traducción al lenguaje común es:
"Si los aranceles no se aprueban, entonces los artesanos no ofrecen productos de calidad".

1.3 PROPOSICIONES SIMPLES Y COMPUESTAS

PROPOSICIONES SIMPLES: Son aquellas que no poseen operador lógico alguno. También son llamadas proposiciones atómicas.

PROPOSICIONES COMPUESTAS: Son aquellas que están formadas por proposiciones simples y operadores lógicos. También son llamadas proposiciones moleculares.

1.3.1 Ejercicios Propuestos

4. Si la proposición $[(a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg c]$ es falsa, entonces una de las siguientes proposiciones es falsa, identifíquela:

a) $(\neg a \vee b) \Rightarrow c$
b) $(a \Rightarrow \neg b) \Rightarrow c$
c) $\neg[(\neg a \vee b) \Rightarrow \neg c]$
d) $(\neg a \wedge b \wedge c) \Rightarrow a$
e) $(\neg a \vee \neg b \vee c)$

SOLUCIÓN

La metodología de trabajo para realizar el ejercicio es inducir valores a las proposiciones a, b y c para que la proposición sea falsa, y luego con esos mismos valores ir evaluando cada una de las alternativas, hasta dar con la falsa.

Como el operador principal de $[(a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg c]$ es la implicación, entonces para que este operador sea falso, el antecedente debe ser verdadero y el consecuente falso:

$$[\underbrace{(a \wedge \neg b)}_{1} \Rightarrow \underbrace{\neg c}_{0}]$$

Para que la conjunción sea verdadera, ambas proposiciones deben ser verdaderas:

$$[\underbrace{(\underset{1}{a} \wedge \underbrace{\neg b}_{1})}_{1} \Rightarrow \underbrace{\neg c}_{0}]$$

Por lo tanto:

$a \equiv 1$
$b \equiv 0$
$c \equiv 1$

A partir de ahí reemplazamos en cada una de las opciones:

a)

$$\underbrace{(\underbrace{\neg a}_{0} \vee \underbrace{\underset{0}{b}}_{0})}_{0} \Rightarrow \underbrace{\underset{1}{c}}_{1}$$

b)

$$\underbrace{\underbrace{(\underset{1}{a} \Rightarrow \underbrace{\neg \underset{1}{b}}_{1})}_{1} \Rightarrow \underset{1}{c}}_{1}$$

c)

$$\underbrace{\underbrace{\neg\underbrace{[\underbrace{(\underbrace{\neg \underset{0}{a}}_{0} \vee \underset{0}{b})}_{0} \Rightarrow \underbrace{\neg \underset{0}{c}}_{0}]}_{1}}_{0}}$$

d)

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{\neg \underset{0}{a}}_{0} \wedge \underset{0}{b} \wedge \underset{1}{c})}_{0} \Rightarrow \underset{1}{a}}_{1}$$

e)

$$\underbrace{(\underbrace{\neg \underset{0}{a}}_{0} \vee \underbrace{\neg \underset{0}{b}}_{0} \vee \underset{1}{c})}_{1}$$

Por lo tanto la respuesta al ejercicio es la opción c).

5. Sean las proposiciones:
   a: Hoy es miércoles
   b: Tengo que dar un examen
   c: He estudiado
   d: Saldré mal del examen
   Entonces la traducción al lenguaje formal de la proposición: "Hoy es miércoles y tengo que dar un examen, pero sí he estudiado entonces no saldré mal en el examen", es:

a) $(c \rightarrow d) \wedge (a \wedge b)$
b) $(a \wedge b) \wedge (d \rightarrow \neg c)$
c) $(a \wedge b) \wedge (c \vee \neg d)$
d) $(a \wedge b) \wedge (\neg c \rightarrow d)$
e) $(a \wedge b) \wedge (c \wedge d)$

SOLUCIÓN

Realizaremos la traducción

"**Hoy es miércoles** y **tengo que dar un examen**": $a \wedge b$
"Si **he estudiado** entonces no **saldré mal en el examen**": $c \rightarrow \neg d$

"**Hoy es miércoles** y **tengo que dar un examen**, pero sí **he estudiado** entonces no **saldré mal en el examen**":

$$(a \wedge b) \wedge (c \rightarrow \neg d)$$

Como podemos observar ninguna alternativa tiene esta respuesta, solo hay una que es muy parecida, por lo cual toca hacer algo adicional, esto es poner la contrarreciproca del condicional, es es:

$$(a \wedge b) \wedge (d \rightarrow \neg c)$$

La respuesta es el literal b).